Bac Blanc TES : 16 Février 2016 : Eléments de correction.

Ex1 : (A) $f(x) = (x+1)e^{2x}$

1) $f'(x) = (2x+3)e^{2x}$ Réponse d

2). tangente en $x=0$. Réponse b

3) $f(3/2) = 2,5e^3$ Réponse a

(B)

1) Réponse c $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -1$

2). Réponse b f convexe sur $[0;6]$.

Ex2 : $f(x) = x + e^{-x+1}$ sur $[0;10]$.

(A) $f''(x) = e^{-x+1}$

$f''(x) > 0$ sur $[0,10]$ donc f est convexe sur $[0;10]$.

(B) mille objets / semaine

f modélise le coût de revient en milliers d'€, x désigne le nombre d'objets en centaines

1 objet est vendu 12 €.

1) 100 objets $\rightarrow 12 \times 100$

x centaines d'objets $\rightarrow 12 \times 100 \times x = 1200x$ € soit $1,2x$ milliers d'€

2). $g(x)$ = marge brute pour x centaines d'objets en milliers d'€.

$g(x) = 1,2x - f(x) = 1,2x - (x + e^{-x+1}) = 1,2x - x - e^{-x+1} = 0,2x - e^{-x+1}$

3) $g'(x) = 0,2 + e^{-x+1} > 0$ sur $[0;10]$ donc g est strictement croissante.

4). g est continue (car dérivable) et strictement croissante sur $[0;10]$.

$g(0) = -e^1 = -e < 0$ et $g(10) = 2 - e^{-9} > 0$.

Alors d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α, $\alpha \in [0;10]$.

$1,94 \leq \alpha \leq 1,95$ car $g(1,94) \simeq -0,00262$ et $g(1,95) \simeq 0,00325$.

5). Quantité minimale à produire : 1,95 centaines d'objets soit 195 objets.

Ex3 :

(A) u_n = nombre de singes en 2005+n.
$u_0 = 25000$.

1) a) au 01/2006 $u_1 = 25000 - \frac{15}{100} \times 25000 = 25000\left(1-\frac{15}{100}\right) = \underline{21250}$

b). $u_{n+1} = u_n - \frac{15}{100} u_n = u_n \times \left(1 - \frac{15}{100}\right) = u_n \times \left(\frac{100-15}{100}\right) = \underline{0{,}85 \times u_n}$

(u_n) est une suite géométrique de raison 0,85 et de 1er terme 25000.

2). au bout de combien d'années le nombre de singes sera inférieur à 5000 ?

L4 = tant que $u \geqslant 5000$.

L5 = u prend la valeur $u \times 0{,}85$

L6 = n prend la valeur $n+1$.

3). $u_n = u_0 q^n \Rightarrow u_n = 25000 \times 0{,}85^n$ en programmant une calculatrice
on obtient $u_9 \simeq 5790{,}4$ et $u_{10} \simeq 4921{,}9$.

Donc $\underline{n = 10}$.

(B) v_n = nombre de singes en 2015+n. $v_0 = 5000$.

1) a) $v_1 = v_0 - \frac{1}{4} v_0 + 400 = 5000 - \frac{1}{4} \times 5000 + 400 = \underline{4150}$

$v_2 = v_1 - \frac{1}{4} v_1 + 400 = 4150 - \frac{1}{4} \times 4150 + 400 = 3512{,}5 \simeq \underline{3513}$

b). $v_{n+1} = v_n - \frac{1}{4} v_n + 400 = v_n \left(1 - \frac{1}{4}\right) + 400 = \underline{\frac{3}{4} v_n + 400}$

Donc $\underline{v_{n+1} = 0{,}75 v_n + 400}$.

2) on pose. $w_n = v_n - 1600$.

a) $w_{n+1} = v_{n+1} - 1600 = 0{,}75 v_n + 400 - 1600 = 0{,}75 v_n - 1200 = 0{,}75 (v_n - 1600)$
$= \underline{0{,}75 w_n}$.

(w_n) est une suite géométrique de raison 0,75 et de premier terme $w_0 = \underline{3400}$.

b) $w_n = w_0 q^n \Rightarrow \underline{w_n = 3400 \times 0{,}75^n}$.

c) $w_n = v_n - 1600 \Rightarrow v_n = w_n + 1600 = \underline{3400 \times 0{,}75^n + 1600}$

d) $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}75^n = 0$ car $0 < 0{,}75 < 1$. donc $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = \underline{1600}$

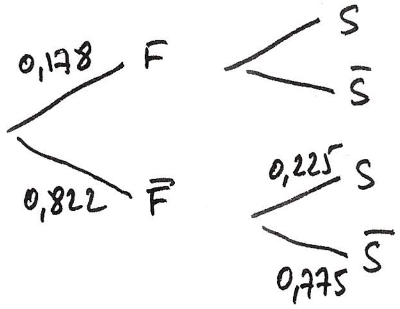
la population tend à se stabiliser aux alentours de 1600 sujets dans un grand nombre d'années.

Ex 4 :

20,3% → association sportive.
17,8% → fumeurs.
Parmi les non-fumeurs, 22,5% → association sportive.

(A). (1). $P(S) = 20{,}3\% = \boxed{0{,}203}$ $\qquad P_{\bar F}(S) = 22{,}5\% = \boxed{0{,}225}$

(2)



(3) $P(\bar F \cap S) = P(\bar F) \times P_{\bar F}(S)$

$= 0{,}822 \times 0{,}225$

$= 0{,}18495$

$\simeq \boxed{0{,}185.}$

c'est la probabilité soit non fumeur et inscrit à l'association sportive.

(4)

$P_S(\bar F) = \dfrac{P(\bar F \cap S)}{P(S)} \simeq \dfrac{0{,}185}{0{,}203} \simeq \boxed{0{,}911}$

(5) $P_F(S) = \dfrac{P(F \cap S)}{P(F)}$, il faut chercher $P(F \cap S)$.

or : $P(S) = P(F \cap S) + P(\bar F \cap S)$.

$\Rightarrow 0{,}203 = P(F \cap S) + 0{,}185.$

$\Rightarrow P(F \cap S) = 0{,}203 - 0{,}185 = 0{,}018$.

Donc $P_F(S) \simeq \dfrac{0{,}018}{0{,}178} \simeq \boxed{0{,}101}$

(B) On a affaire à un schéma de Bernoulli (choix d'un élève assimilé à un tirage avec remise).

Soit X variable aléatoire associée au nombre d'élèves gagnants.

X suit la loi $\mathcal{B}(4\,;\,0{,}203)$.

On calcule $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{4}{0} \times 0{,}203^0 \times (1-0{,}203)^4.$

$\simeq \boxed{0{,}597.}$ (utilisation machine acceptée).