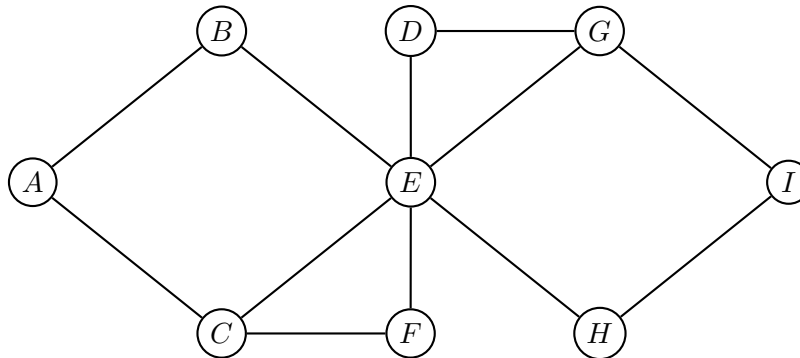


Exercice 4 : 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

EXERCICE À TRAITER SUR UNE COPIE SÉPARÉE

On considère le graphe \mathcal{G} ci-dessous



PARTIE A

1. Le graphe \mathcal{G} est-il simple ? Est-il complet ? (Justifier.)
2. Le graphe \mathcal{G} est-il connexe ? (Justifier.)
3. En justifiant la réponse, dire si ce graphe admet une chaîne eulérienne. Si oui, donner une telle chaîne.

PARTIE B

1. On considère la matrice M ci-dessous (a, b, c et d sont des nombres réels).

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a. Déterminer les réels a, b, c et d pour que la matrice M représente la matrice d'adjacence associée au graphe \mathcal{G} , les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique.
- b. En expliquant sa démarche, déterminer le nombre de chaînes de longueur 5 ayant pour origine A et pour extrémité I puis déterminer toutes ces chaînes.

PARTIE C

Le graphe \mathcal{G} est un graphe d'incompatibilité entre différentes espèces animales : les sommets représentent les différentes espèces et les arêtes symbolisent le fait que les espèces ne peuvent pas cohabiter dans un même espace.

Un zoo souhaite accueillir toutes les espèces considérées en utilisant le minimum d'espaces différents.

1. Déterminer un sous-graphe complet de \mathcal{G} d'ordre maximal.
Que peut-on en déduire sur le nombre d'espaces nécessaires ?
2. En s'appuyant sur des sous-graphes stables, déterminer le nombre minimum d'espaces nécessaires pour accueillir les différentes espèces.